SUMÁRIO

1

TESTE DE COMPARAÇÃO MÚLTIPLA

Quando a aplicação da análise de variância conduz à rejeição da hipótese nula, temos evidência de que existem diferenças entre as médias populacionais. Mas, entre que médias se registram essas diferenças?

Quando o fator em estudo no experimento é uma variável qualitativa o procedimento apropriado é o das comparações entre as médias dos tratamentos através de testes de comparações múltiplas.

Os testes de comparação múltipla permitem verificar entre que médias se registram diferenças, isto é, permitem investigar onde se encontram as diferenças possíveis entre I médias populacionais.

Os tipos de experimentos para os quais os procedimentos de comparações múltiplas de médias são apropriados, são aqueles cujo objetivo é determinar os melhores tratamentos dentro de um conjunto qualitativo de tratamentos. Existem vários procedimentos que permintem fazer comparações múltiplas.

A grande questão em qualquer discussão de procedimentos de comparações múltiplas é a questão da a probabilidade de erros Tipo I

$$\alpha = P\left[\text{rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é verdadeira}\right]$$

É importante analisar o efeito da multiplicidade das inferências sobre a probabilidade do erro do tipo I e o seu ajuste. Considerando a existência de I médias e k comparações entre elas, podem ser formuladas k sub-hipóteses.

$$\begin{aligned}
H_0^1 &= \mu_1 = \mu_2 \\
H_0^2 &= \mu_1 = \mu_3 \\
\vdots & \quad \vdots \\
H_0^k &= \mu_i = \mu_j
\end{aligned}$$

A cada teste realizado nas sub-hipóteses está associada uma probabilidade α e $1-\alpha$ de ocorrer ou não o erro tipo I. Se considerarmos a realização de k testes independentes, temos a probabilidade de não ocorrer o erro tipo I

$$(1-\alpha)\times(1-\alpha)...(1-\alpha)=(1-\alpha)^k$$

Assim, a probabilidade de cometer o erro tipo 1, seria

$$\alpha' = 1-(1-\alpha)^k$$

Como nem todas as comparações são independentes, esse seria o valor máximo da taxa de erro tipo I.

Exemplo 1.1:

- Considere um experimento com 5 tratamentos, se for realizada todas as comparações múltiplas 2 a 2, temos

$$k = C_2^5 = 10$$

- Assim, se for fixado o $\alpha = 0,05$, teremos

$$\alpha' = 1-(1-0,05)^10 = 0,40$$

Ao se controlar de forma excessiva esse tipo de erro, aumenta-se a taxa de erro tipo II e diminui-se o poder do teste, sendo o teste, nesse caso, denominado conservativo ou conservador. Ao se aumentar a taxa de erro tipo I, diminui-se a taxa de erro tipo II e o poder é aumentado, sendo considerado um teste poderoso ou liberal Os procedimentos de comparação múltipla são formulados de forma de controlar a taxa de erro tipo I.

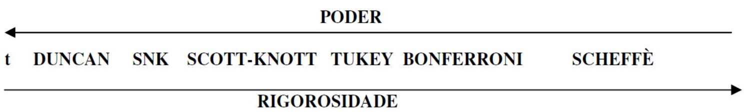

Figura 1.1: Testes de comparação multipla em relação a rigorosidade e poder

Existem dois tipos de testes de comparação múltipla:

- Comparação a priori ou estruturado que é definida pelo pesquisador antes de obter os dados
- Comparação a posteriori ou não-estruturada que é definida pelo pesquisdor depois de obter os dados

1.1 CONSTRASTE

Definição 1.1: *Uma combinação linear de médias cujos coeficientes somam zero constitui um contraste de médias, denotado por*

$$C = \sum_{i=1}^{n} a_i \mu_i$$

em que

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = 0$$

Exemplo 1.2: Considere um experimento com 3 tratamentos, assim, temos μ_1, μ_2, μ_3. Podemos obter os seguintes contrastes:

$$\begin{aligned} C_1 &= \mu_1 - \mu_2 \\ C_2 &= \mu_1 + \mu_2 - 2\mu_3 \\ C_3 &= \frac{1}{2}(\mu_3 + \mu_2) - \mu_1 \end{aligned}$$

A variância de um contraste é dada por

$$Var(C) = \sum_{i=1}^{n} \frac{a_i^2}{r} QMErro$$

Sejam dois contrastes:

$$C_1 = \sum_{i=1}^{n} a_i \mu_i \quad C_2 = \sum_{i=1}^{n} b_i \mu_i$$

Sua covariância é dada por

$$Cov(C_1, C_2) = \sum_{i=1}^{n} \frac{a_i b_i}{r} QMErro$$

Definição 1.2 (Contraste Ortogonais)**:** *Dois contrastes são ditos ortogonais se são independentes entre si, ou seja,*

$$Cov(C_1, C_2) = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} a_i b_i = 0$$

- Três ou mais contrastes são ditos serem mutuamente ortogonais se todos eles forem ortogonais aos pares.
- Para I médias, $I - 1$ contrastes mutuamente ortogonais podem ser construídos.

1.2 TESTE T

O teste t pode ser utilizado para testar contrastes. A estatística do teste é dada por:

$$t_c = \frac{C}{\sqrt{VAR(C)}} \sim t_{IJ-I}$$

A região crítica de um teste de nível de significância α é dada por:

$$|t_c| > t_{\alpha,IJ-I}$$

Tabela 1.1: Tabela de análise de variância para estudo do efeito da glicose na liberação de insulina

FV	GL	SQ	QM	F_c	valor-p
Tratamento	2	10,2967	5,1483	9,3054	0,0064
Erro	9	4,9794	0,5533		
Total	11	15,2761			

Exemplo 1.3:

Tabela 1.2: Valores médios do efeito da glicose na liberação de insulina

Tratamento	$\bar{y}_{i.}$
baixo	2,23
médio	3,44
alto	4,50

Assim, podemos ter os seguintes contrastes:

$$\begin{aligned}
\hat{C}_1 &= m_1 - m_2 = 2,23 - 3,44 = -1,21 \\
\hat{C}_2 &= m_1 - m_3 = 2,23 - 3,44 = -2,27 \\
\hat{C}_3 &= m_2 - m_3 = 3,44 - 4,50 = -1,06
\end{aligned}$$

As variâncias dos contrastes são:

$$var(\hat{C}_1) = \frac{1^2 + (-1)^2}{4} 0,5533 = 0,2766$$

Assim, temos

- Para o primeiro contraste

$$t_c = \frac{-1,21}{\sqrt{0,2766}} = -2,30$$

- Para o segundo contraste
$$t_c = \frac{-2,27}{\sqrt{0,2766}} = -4,31$$
- Para o terceiro contraste
$$t_c = \frac{-1,06}{\sqrt{0,2766}} = -2,01$$
- Como $t_{0,05;9} = 2,26$

1.3 DECOMPOSIÇÃO DE SOMA DE QUADRADOS

Quando se obtém contrastes mutuamente ortogonais, pode-se usar o teste F da análise de variância para testá-los. Esta técnica é comumente designada como decomposição da Soma de Quadrados de Tratamentos.

A soma de quadrados (SQ) da estimativa de um contraste $(\widehat{C})$ de médias é dada por:

$$SQ(\widehat{C}) = \frac{\widehat{C}^2}{\sum\limits_{i=1}^{n} a_i^2} r$$

Exemplo 1.4: No dados da insulina, temos os seguintes contrastes:

$$\begin{aligned}
\hat{C}_1 &= m_3 - m_2 = 4,50 - 3,44 = 1,06 \\
\hat{C}_2 &= \frac{(m_3 + m_2)}{2} - m_1 = \frac{(4,50 + 3,44}{2} - 2,23 = 1,74
\end{aligned}$$

Como são contrastes mutuamente ortogonais, pode-se usar o F da análise de variância para testá-los. Esta técnica é comumente designada como decomposição da Soma de Quadrados de Tratamentos. Assim,

$$\begin{aligned}
SQ(\hat{C}_1) &= \frac{(1,06)^2}{1^2 + (-1)^2} 4 = 2,2472 \\
SQ(\hat{C}_2) &= \frac{(1,74)^2}{(0,5)^2 + (0,5)^2 + (-1)^2} 4 = 8,0736
\end{aligned}$$

1.4 TESTE DE SCHEFFÉ

Scheffé (1953) propôs um procedimento para comparar qualquer contraste entre médias. O Teste de Scheffe pode ser usado quando as comparações são selecionadas depois de olhar para os dados e incluem os contrastes, que nem todos são aos pares.Scheffé provou que a probabilidade do erro do tipo I para cada um dos testes não ultrapassa α.

Tabela 1.3: Tabela de análise de variância com decomposição da Soma de Quadrados de Tratamentos.

FV	GL	SQ	QM	F	valor-p
Tratamento	(2)	(10,2967)	5,1483	9,30541637	0,0064
C_1	1	2,2472	2,2472	4,0617	0,9253
C_2	1	8,0736	8,0736	14,5927	0,0041
Erro	9	4,9794	0,5533		
Total	11	15,276			

Procedimentos para aplicar o Teste de Scheffé

- Obter uma estimativa do constraste

$$\hat{Y}_i = c_1\hat{m}_1 + c_2\hat{m}_2 + ... + c_i\hat{m}_i$$

- Calculamos a estimativa de variância da estimativa do contraste
- Calcular a diferença minima significativa (DMS)

$$DMS = \sqrt{(I-1)F_\alpha \hat{V}(\hat{Y}}$$

  em que:

  - I é o numero de tratamentos
  - F é o valor tabelado da distribuição F em função dos graus de liberdade do tratamento e dos graus de liberdade do erro.

- Comparar o valor absoluto de cada estimativa do contraste com o valor DMS.
  - Se $\hat{Y} \geq DMS$ o teste é significativo indicando que os grupos diferem entre si.
  - Se $\hat{Y} < DMS$ então os grupos não diferem entre difere entre si.
- Indicar a significância entre dois tratamentos atribuindo letras diferentes para ambos, e a igualdade entre eles atribuindo a mesma letra para ambos.

Exemplo 1.5: No exemplo da insulina

Tratamento	Média	repetições
Alto	4,5	4
Médio	3,43	4
Baixo	2,23	4

- Considerando $\alpha = 0,05$ temos $DMS = 1,53$

- Temos $\hat{Y}_1 4,5-3,43=1,07 \Rightarrow \hat{Y}_1 < DMS$ assim as médias dos tratamento Alto e Médio podem ser consideradas iguais
- Temos $\hat{Y}_2 4,5-2,23=2,27 \Rightarrow \hat{Y}_2 > DMS$ assim as médias dos tratamento Alto e Baixo podem ser consideradas diferentes
- Temos $\hat{Y}_3 3,43-2,23=1,2 \Rightarrow \hat{Y}_3 < DMS$ assim as médias dos tratamento Médio e Baixo podem ser consideradas iguais

Assim, o resultado do teste de Scheffé é dado por:

Tabela 1.4: Teste de Scheffé para liberação de insulina em função dos níveis de glicose

Tratamento	Média
Alto	4,50a
Médio	3,43ab
Baixo	2,23 b

Médias seguidas de mesma letra não difere entre si ao nível nominal de 5% de significância

1.5 TESTE DE TUKEY

Tukey (1953) propôs um procedimento para testar hipóteses a partir de intervalos de confiança sobre as diferenças em todos pares de médias. A estratégia de Tukey consiste em definir a diferença mínima significativa (DMS) dado por:

$$DMS = q\sqrt{\frac{QMEerro}{r}},$$

em que

- q é o valor tabelado em função do número de tratamentos I e do numero de graus de liberdade do erro
- r é o número de repetições respectivamente de todos os tratamentos

O teste de Tukey talvez seja o teste mais utilizado nos experimentos. Talvez isso aconteça pela sua praticidade e objetividade.

Procedimentos para aplicar o Teste de Tukey

1. Ordenar as médias em ordem decrescente
2. Calcular a DMS.
3. Colocar uma letra qualquer para a primeira média. Esta será a primeira média base

4. Obter o limite inferior (LI) fazendo a diferença entre cada média base e a DMS

$$LI = \overline{X}_{(1)} - DMS$$

   - As médias que estiverem no intervalo entre a $[\overline{X}_{(1)}; LI]$ são consideradas iguais

5. Mudar a média base para a próxima média (sem saltar nenhuma) e repetir o Passo 3 e 4 até que a base seja a última média ou o intervalo contenha a última média.

Exemplo 1.6: Utilizando o dados da insulina e considerando $\alpha = 0,05$ temos $DMS = 1,47$. Assim:

- Temos 4,5-1,47=3,03, assim as médias dos tratamento Alto e Médio podem ser consideradas iguais, mas as médias dos tratamentos Alto e Baixo são consideradas diferentes

- Temos 3,43-1,47=1,96, assim as médias dos tratamento Médio e Baixo podem ser consideradas iguais

Assim, o resultado do teste de Tukey é dados por:

Tabela 1.5: Teste de Tukey para liberação de insulina em função dos níveis de glicose

Tratamento	Média
Alto	4,5a
Médio	3,43ab
Baixo	2,23 b

Médias seguidas de mesma letra não difere entre si ao nível nominal de m 5% de significância

1.6 TESTE DE STUDENT-NEUMAN-KEULS (SNK)

Newman (1939) propôs um procedimento que consiste em ajustar um valor do teste t para mais de dois tratamentos. O SNK é muito semelhante ao teste de Tukey , exceto que ele analisa as diferenças em termos de camadas. Para uma camada, o teste dá o mesmo resultado que seria obtido através do teste de Tukey. Procedimentos para aplicar o Teste de Student-Neuman-Keuls (SNK)

1. Colocar as médias dos I tratamentos em ordem decrescente

2. Calcular a estimativa do contraste da forma

$$\hat{Y}_1 = \overline{y}_{maior} - \overline{y}_{menor}$$

   em que este contraste todos os I tratamentos

3. Calcular o diferença minima significativa (DMS)

$$DMS = q\sqrt{\frac{QMEerro}{r}},$$

em que

- q é o valor tabelado em função do número de tratamentos I envolvidos no contraste e do numero de graus de liberdade do erro
- r é o número de repetições respectivamente de todos os tratamentos

4. Comparar $\hat{Y}_1$ com a DMS

- Se $\hat{Y}_1 < DMS$, o teste não é significativo, indicando que as duas médias que entraram no contraste $\hat{Y}_1$ não diferem. Então, ligamos as médias abrangidas pelo contraste por uma barra contínua e não podemos comparar médias dentro da barra.
- Se $\hat{Y}_1 \geq DMS$, o teste é significativo, indicando que as duas médias que entraram no contraste $\hat{Y}_1$ diferem. Então, passamos a testar contrastes que abrangem um número imediatamente inferior de médias $(I-1)$.

5. Voltar ao passo 2, obtendo $\hat{Y}_2$

6. Fazer isso até não ser mais necessário realizar comparações

Exemplo 1.7: Um estudo foi realizado com o objetivo de avaliar o efeito do estradiol no crescimento da próstata em cães, utilizando ultra-som para verificar o volume da próstata. Foram utilizados 20 cães divididos aleatoriamente em 4 tratamento. A análise de variância é dada por:

Tabela 1.6: Análise de variância para volume de próstata de cães em função do estradiol

FV	GL	SQ	QM	F_c
Tratamento	3	1637,79	545,93	17,463
Erro	16	500,18	31,29	
Total	19	2137,97		

As médias obtidas são apresentadas na tabela 1.7.

Tabela 1.7: Análise de variância para volume de próstata de cães em função do estradiol

Tratamento	Média
T3	29,28
T0	15,00
T2	13,32
T1	3,98

Tabela 1.8: Diferenças minimas significativas

Numero tratamentos	4	3	2
DMS	10,11	9,12	7,49

As diferenças minimas significativas depende do numero de tratamentos, assim:
Assim, temos:

- $\hat{Y}_1$=29,28-3,98=25,3; como $\hat{Y}_1 > 10,11$ temos que as médias dos tratamentos T3 e T1 são consideradas diferentes
- $\hat{Y}_2$=29,28-13,32=15,96; como $\hat{Y}_2 > 9,12$ temos que as médias dos tratamentos T3 e T2 são consideradas diferentes
- $\hat{Y}_3$=29,28-15=11,28, como $\hat{Y}_3 > 7,49$ temos que as médias dos tratamentos T3 e T0 são consideradas diferentes
- $\hat{Y}_4$=15-3,98=11,02, como $\hat{Y}_4 > 9,12$ temos que as médias dos tratamentos T0 e T1 são consideradas diferentes
- $\hat{Y}_5$=15-13,32=1,68, como $\hat{Y}_5 < 7,49$ temos que as médias dos tratamentos T0 e T2 são consideradas iguais
- $\hat{Y}_6$=13,32-3,98=9,34, como $\hat{Y}_6 > 7,49$ temos que as médias dos tratamentos T2 e T1 são consideradas diferentes

O resultado do teste de SNK é dado por: Médias seguidas de mesma letra não difere entre si ao nível nominal de m 5% de significância

Tabela 1.9: Teste de SNK para para volume de próstata de cães em função do estradiol

Tratamento	Média
T3	29,28a
T0	15,00 b
T2	13,32 b
T1	3,98 c

Médias seguidas de mesma letra não difere entre si ao nível nominal de m 5% de significância

1.7 TESTE DE DUNCAN

Duncan (1955) propôs um procedimento semelhante ao teste de de Student-Neuman-Keuls. O procedimento de utilização do teste de Duncan é semelhante ao teste SNK, diferindo apenas no calculo da DMS.

$$DMS = q\sqrt{\frac{QMEerro}{r}},$$

em que

- q é o valor tabelado por Duncan em função do número de tratamentos I envolvidos no contraste e do numero de graus de liberdade do erro
- r é o número de repetições respectivamente de todos os tratamentos

Exemplo 1.8: Utilizando os dados do volume de próstata de cães em função do estradiol

Tratamento	Média
T3	29,28
T0	15,00
T2	13,32
T1	3,98

As diferenças minimas significativas depende do numero de tratamentos, assim:

Tabela 1.10: Diferenças minimas significativas

Numero tratamentos	4	3	2
DMS	8,09	7,86	7,49

Os demais procedimentos são idênticos ao teste de SNK

- $\hat{Y}_1$=29,28-3,98=25,3; como $\hat{Y}_1 > 8,09$ temos que as médias dos tratamentos T3 e T1 são consideradas diferentes
- $\hat{Y}_2$=29,28-13,32=15,96; como $\hat{Y}_2 > 7,86$ temos que as médias dos tratamentos T3 e T2 são consideradas diferentes
- $\hat{Y}_3$=29,28-15=11,28, como $\hat{Y}_3 > 7,49$ temos que as médias dos tratamentos T3 e T0 são consideradas diferentes
- $\hat{Y}_4$=15-3,98=11,02, como $\hat{Y}_4 > 7,86$ temos que as médias dos tratamentos T0 e T1 são consideradas diferentes
- $\hat{Y}_5$=15-13,32=1,68, como $\hat{Y}_5 < 7,49$ temos que as médias dos tratamentos T0 e T2 são consideradas iguais
- $\hat{Y}_6$=13,32-3,98=9,34, como $\hat{Y}_6 > 7,86$ temos que as médias dos tratamentos T2 e T1 são consideradas diferentes

Assim, o resultado do teste de Duncan é dado por

Tabela 1.11: Teste de Duncan para para volume de próstata de cães em função do estradiol

Tratamento	Média
T3	29,28a
T0	15,00 b
T2	13,32 b
T1	3,98 c

Médias seguidas de mesma letra não difere entre si ao nível nominal de m 5% de significância

1.8 TESTE DE DUNNETT

Dunnett (1955) propôs um procedimento para comparações múltiplas onde o interesse é o de comparar um grupo particular (muitas vezes o chamado grupo de controle) com cada um dos restantes grupo. A significância deste teste implicará apenas na conclusão de que os grupos tratados apresentam diferença com o grupo controle.

Procedimentos para aplicar o Teste de Dunnett

- Calcular o diferença minima significativa (DMS)

$$DMS = D\sqrt{2\frac{QMEerro}{r}},$$

  em que

  - D é o valor tabelado por Dunnet em função $I-1$ graus de liberdade dos tratamentos envolvidos e do numero de graus de liberdade do erro
  - r é o número de repetições respectivamente de todos os tratamentos

- Calcular as estimativas dos contrastes

$$\begin{aligned}
\hat{Y}_1 &= \hat{m}_1 - \hat{m}_{controle} \\
\hat{Y}_2 &= \hat{m}_2 - \hat{m}_{controle} \\
\vdots &= \vdots \\
\hat{Y}_i &= \hat{m}_i - \hat{m}_{controle}
\end{aligned}$$

- Comparar o valor absoluto de cada estimativa do contraste com o valor DMS.

  - Se $\hat{Y} \geq DMS$ o teste é significativo indicando que o grupo tratado difere do grupo controle.
  - Se $\hat{Y} < DMS$ então o grupo controle não difere do grupo tratado.

Exemplo 1.9: Utilizando os dados do volume de próstata de cães em função do estradiol considerando o tratamento T0 como controle, temos>

- $DMS = 8,36$
- $\hat{Y}_1 = 3,98 - 15 = 11,02 \Rightarrow \hat{Y}_1 > DMS$ assim a média do tratamento $T1$ difere do controle
- $\hat{Y}_2 = 13,32 - 15 = 1,68 \Rightarrow \hat{Y}2 < DMS$ assim a média do tratamento $T2$ não difere do controle
- $\hat{Y}_3 = 29,28 - 15 = 14,28 \Rightarrow \hat{Y}_3 > DMS$ assim as média do tratamento $T3$ difere do controle

1.9 TESTE DE SCOTT-KNOTT

Scott & Knott (1974) propuseram um procedimento que compara as médias dos tratamentos por conglomerados e sua significância é analisada por meio do da distribuição de χ^2. A grande vantagem em sua utilização é proveniente do fato de que nenhuma média pode pertencer a mais de um agrupamento, como ocorre nos anteriores, ou seja, o teste determina a constituição de grupos disjuntos, sempre que for encontrada significância na ANOVA.

O teste Scott & Knott (1974)utiliza a razão de verossimilhança para atestar a significância de que n tratamentos podem ser divididos em grupos que maximizem a soma de quadrados entre grupos.

Seja por exemplo 3 tratamentos, A, B e C.

- O processo consiste em determinar uma partição, em dois grupos, que maximize a soma de quadrados.
- Nesse caso são possíveis $2^n - 1$ grupos, isto é, A vs B e C, B vs A e C e C vs A e B.

Para atenuar esse problema, basta ordenar as médias dos tratamentos. Nessa situação, o número de partições possíveis passa a ser obtido por n-1. Uma vez ordenada as médias, procede-se do seguinte modo, fazendo inicialmente o número de tratamentos envolvidos no grupo de médias considerado(g) igual ao o número total de tratamentos (n).

Procedimentos para aplicar o Teste de Scott-Knott

1) Ordenada as médias
2) Fazer o numero médias no grupo g igual ao número total de tratamentos
3) Determinar $g - 1$ partições com dois grupos
4) Para cada partição obter a soma de quadrados B_0 e verificar qual partição maximiza a soma de quadrados
$$B_0 = \frac{T_1^2}{K_1} + \frac{T_2^2}{K_2} - \frac{(T_1 + T_1)^2}{K_1 + K_2}$$
em que

- T_1 e T_2 são os totais das cada média grupo

$$T_1 = \sum_{i=1}^{K_1} \overline{y}_{(i)} \quad T_2 = \sum_{K_1+1}^{g} \overline{y}_{(i)}$$

- K_1 e K_2 é o numero de médias de cada grupo

5) Obter o estimador de máxima verosimilhança de $\sigma^2_{\overline{y}}$

$$\hat{\sigma}^2_0 = \frac{1}{g+\nu}\left[\sum_{i=1}^{K_1}\left(\overline{y}_{(i)} - \overline{y}\right)^2 + \nu S^2_{\overline{y}}\right]$$

em que:

- ν grau de liberdade do erro
- $\overline{y}$ média geral de todos os tratamentos envolvidos na comparação
- $S^2_{\overline{y}} = \frac{QMErro}{r}$

6) Determinar o valor da estatística λ para a partição que maximizou a soma de quadrados.

$$\lambda = \frac{\pi}{2(\pi-2)}\frac{B_0}{\hat{\sigma}^2_0}$$

- Se $\lambda \geq \chi^2_{\alpha,g/(\pi-2)}$ rejeita-se a hipótese de que os dois grupos são idênticos em favor da hipótese alternativa de que os dois grupos diferem
- No caso de rejeitar esta hipótese, os dois subgrupos formados serão independentemente submetidos aos passos 3 a 6, fazendo respectivamente $g = k_1$ e $g = k_2$.

- O processo em cada subgrupo se encerra ao se aceitar H_0 no passo 6 ou se cada subgrupo contiver apenas uma média

Exemplo 1.10: Utilizando os dados dos cães, temos:

Tratamento	Média
T3	29,28
T0	15,00
T2	13,32
T1	3,98

Assim, temos $g = 4$

- Determinar as partição entre dois grupos
  - Sendo $g_1 = T3 \quad g_2 = \{T0, T2, T1\}$, temos a soma de quadrados

$$B_0 = \frac{29,28^2}{1} + \frac{32,3^2}{3} - \frac{(29,29+32,3)^2}{4} = 257,0576$$

- Sendo $g_1 = \{T3, T0\}$ $\quad g_2 = \{T2, T1\}$, temos a soma de quadrados

$$B_0 = \frac{44,28^2}{2} + \frac{17,3^2}{2} - \frac{(44,28+17,3)^2}{4} = 181,9801$$

- Sendo $g_1 = \{T3, T0, T2\}$ $\quad g_2 = \{T1\}$, temos a soma de quadrados

$$B_0 = \frac{57,6^2}{3} + \frac{3,98^2}{1} - \frac{(57,6+3,98)^2}{4} = 173,7363$$

- A partição $g_1 = T3$ $\quad g_2 = \{T0, T2, T1\}$ foi a que maximizou a soma de quadrados entre grupos.

- Obter o estimador de máxima verosimilhança de $\sigma^2_{\bar{y}}$

29,28	15,40	192,6544
15,00	15,40	0,1600
13,32	15,40	4,3264
3,98	15,40	130,4164
61,58	-	327,5572

$$\hat{\sigma}^2_0 = \frac{1}{4+16}\left[327,5572 + 16\frac{31,29}{5}\right] = 21,3843$$

- Determinar o valor da estatística λ

$$\lambda = \frac{\pi}{2(\pi-2)}\frac{257,0576}{21,3843} = 16,5404$$

- $chi^2_{0,05;2,91} = 7,65$

- Como $\lambda \geq \chi^2_{\alpha, g/(\pi-2)}$ Rejeito H_0 e o grupo g_1 difere do g_2

Repertir o processo fazendo $g = g_2$

- determinar as partição entre dois grupos

  - Sendo $g_1 = T0$ $\quad g_2 = \{T2, T1\}$, temos a soma de quadrados

$$B_0 = \frac{15^2}{1} + \frac{17,3^2}{2} - \frac{(15,0+17,3)^2}{3} = 26,8816$$

  - Sendo $g_1 = \{T0, T2\}$ $\quad g_2 = \{TT1\}$, temos a soma de quadrados

$$B_0 = \frac{28,32}{2} + \frac{3,98^2}{2} - \frac{(28,32+3,98)^2}{4} = 69,0883$$

- A partição $g_1 = \{T0, T2\} \quad g_2 = \{TT1\}$ foi a que maximizou a soma de quadrados entre grupos.

- Obter o estimador de máxima verosimilhança de $\sigma^2_{\bar{y}}$

$\bar{y}_{(i)}$	$\bar{y}$	$(\bar{y}_{(i)} - \bar{y})^2$
15,00	10,77	17,9211
13,32	10,77	6,5195
3,98	10,77	46,0588
Total		70,4995

$$\hat{\sigma}^2_0 = \frac{1}{3+16}\left[70,4995 + 16\frac{31,29}{5}\right] = 6,9699$$

- Determinar o valor da estatística λ

$$\lambda = \frac{\pi}{2(\pi-2)}\frac{69,0883}{6,9699} = 13,64$$

- $chi^2_{0,05;4,13} = 9,49$

- Como $\lambda \geq \chi^2_{\alpha,g/(\pi-2)}$ Rejeito H_0 e o grupo g_1 difere do g_2

Repetir o teste com $g = g_1$

- Determinar as partição entre dois grupos

  - Sendo $g_1 = T0 \quad g_2 = T2$, temos a soma de quadrados

$$B_0 = \frac{15^2}{1} + \frac{13,32^2}{2} - \frac{(15,0+13,32)^2}{3} = 1,4112$$

- Obter o estimador de máxima verosimilhança de $\sigma^2_{\bar{y}}$

$\bar{y}_{(i)}$	$\bar{y}$	$(\bar{y}_{(i)} - \bar{y})^2$
15,00	14,16	0,7056
13,32	14,16	0,7056
Total		1,4112

$$\hat{\sigma}^2_0 = \frac{1}{2+16}\left[1,4112 + 16\frac{31,29}{5}\right] = 7,1360$$

- Determinar o valor da estatística λ

$$\lambda = \frac{\pi}{2(\pi-2)}\frac{1,4112}{7,1360} = 0,27$$

- $chi^2_{0,05;2,75} = 5,99$

- Como $\lambda < \chi^2_{\alpha,g/(\pi-2)}$ Aceita H_0 e os grupo g_1 e g_2 não diferem

Assim, o resultado do teste

Tabela 1.12: Teste de Scott-Knott para para volume de próstata de cães em função do estradiol

Tratamento	Média
T3	29,28a
T0	15,00 b
T2	13,32 b
T1	3,98 c

Médias seguidas de mesma letra não difere entre si ao nível nominal de m 5% de significância